

Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

Klasse 9

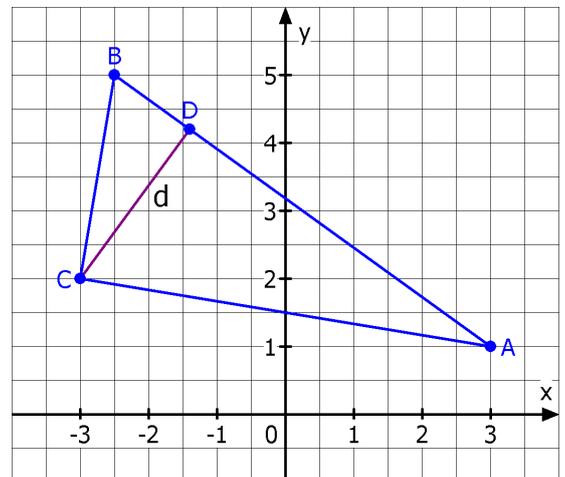
Hinweise: Die Zeichnungen sind teilweise verkleinert dargestellt.
Alle Maße sind in mm, falls nicht anders angegeben.

Die folgenden Aufgaben wurden aus Schulaufgaben Klasse 9 Gymnasium entnommen, die auch auf meiner Webseite zu finden sind (siehe Tabelle auf S. 11)

http://www.mathe-physik-aufgaben.de/sch_gm_09_mathe.html

1. Berechne den exakten Abstand der beiden Punkte $A(-3/4)$ und $B(-5/-2)$.
Gib den erforderlichen Lösungsansatz an.
2. Gegeben sind die Punkte $P(1/4)$ und $Q(-3/7)$.
[PQ] ist die Diagonale eines Quadrates. Berechne \overline{PQ} und die Seitenlänge a dieses Quadrates.
3. Quadrate
 - a) Ein Quadrat hat den Flächeninhalt 4 ha. Berechne die Länge seiner Diagonalen !
 - b) In einem Quadrat beträgt die Länge einer Diagonalen 8 cm.
Berechne den Umfang des Quadrates !

4. Gegeben sind die Punkte $A(3|1)$,
 $B(-2,5|5)$ und $C(-3|2)$.
 - a) Berechne im Dreieck ABC die Seitenlängen $c = \overline{AB}$ und $b = \overline{AC}$.
 - b) Stefan sagt, das Dreieck ist bei C rechtwinklig. Zeige mit einer nachvollziehbaren Rechnung, ob Stefans Annahme stimmt.
 - c) Berechne die Länge der Höhe $d = \overline{CD}$ im Dreieck ABC.



5. Ein Schiffsmast wurde auf einem Viertel seiner Höhe vom Sturm geknickt. Seine Spitze berührt 8 m vom Mast entfernt den Schiffsboden.
Skizziere vereinfacht die Situation und berechne die ursprüngliche Höhe des Mastes.
6. Nina und Tim wollen ihren Dachboden mit Gipskartonplatten auskleiden.
Die rechteckigen Platten sind 1 cm dick und haben die Maße 1,25m x 2,50m.
Leider ist die Dachluke, um die Platten noch oben zu befördern, mit 1,10m x 0,75m etwas klein geraten. Nina und Tim fragen Ihren Nachbarn, der weiß sofort wie es ohne großen Aufwand geht. Welche Möglichkeit siehst Du?

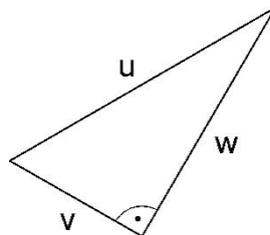
Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

Klasse 9

7. Wie weit kann man von einem Leuchtturm der Höhe h (über dem Meeresspiegel) auf das Meer hinaussehen? Berechne diese Entfernung s zunächst allgemein, danach für $h = 36$ m. Der Erdradius beträgt $r = 6370$ km. Fertige eine saubere Skizze an.
8. Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC (rechter Winkel bei C) sind folgende Stücke gegeben: Hypotenusenabschnitt $q = 8$ cm, Kathete $b = 12$ cm. Fertige eine saubere Skizze an. Berechne: Seitenlänge a und c , Länge der Höhe h_C , Flächeninhalt A , zweiter Hypotenusenabschnitt p .
9. a) Eine Leiter ist genauso lang, wie eine Mauer hoch ist. Lehnt man die Leiter 20 cm unter dem oberen Mauerrand an, so steht sie unten 1,20 m von der Mauer entfernt. Berechne die Länge der Leiter. (Fertige zuerst eine Skizze an.)
b) Aus einem kreisrunden Blech (Radius $r = 100$ mm) soll ein Quadrat geschnitten werden. Berechne die Seitenlänge a des Quadrates. (Skizze.)
10. Hier wurden (vielleicht?) Fehler gemacht. Betrachte die Lösungen zu den folgenden Aufgaben und entscheide, ob sie richtig oder falsch sind. Berichtige falsche Lösungen.

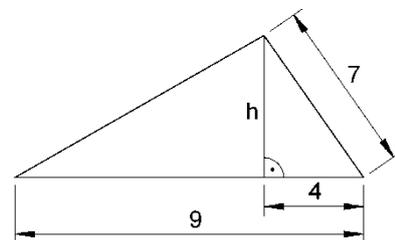
- a) Gib die Seitenlänge w in Abhängigkeit von u und v an.

Lösung: $w = \sqrt{u^2 + v^2}$



- b) Berechne die Länge h .

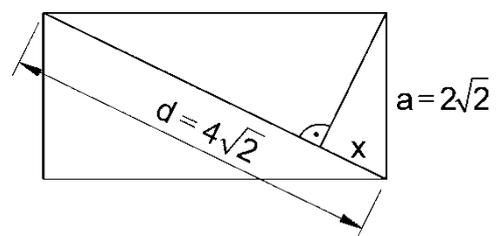
Lösung: $h = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$



- c) Berechne die Länge x .

Lösung: $a^2 = x \cdot d$

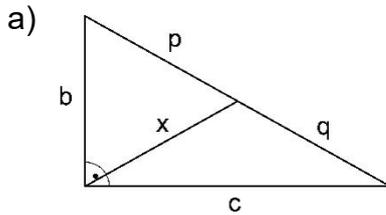
$$x = \frac{a^2}{d} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{4\sqrt{2}} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$



Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

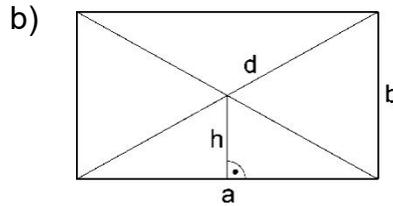
Klasse 9

11. Prüfe, ob die Formeln stimmen. Korrigiere gegebenenfalls.



$$x^2 = p \cdot q$$

$$p + q = \sqrt{b^2 + c^2}$$



$$d = a + b$$

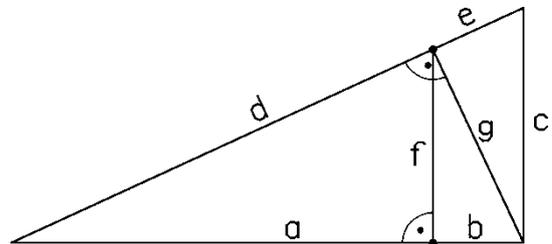
$$h^2 = \frac{d^2}{2} - \frac{a^2}{2}$$

12. Welche Terme müssen in die Lücken eingefügt werden, damit sich eine wahre Aussage ergibt (bezogen auf die nebenstehende Skizze)?

a) $g^2 = b \cdot \underline{\hspace{2cm}}$

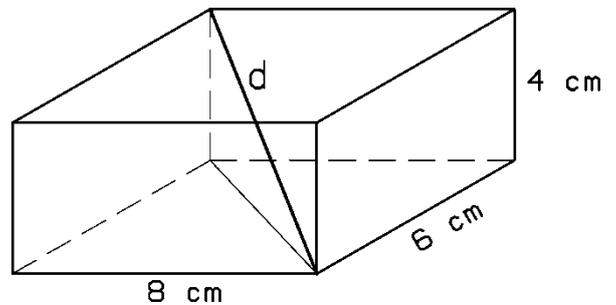
b) $\underline{\hspace{2cm}} = a \cdot b$

c) $a = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}} - c^2} - b$

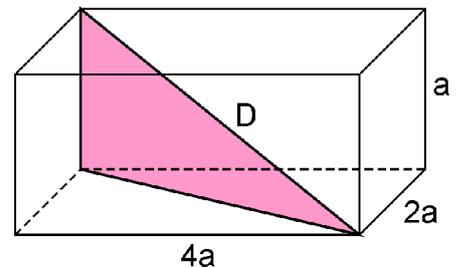


$$c \parallel f$$

13. Berechne die Länge der Diagonalen d des nebenstehend abgebildeten Quaders.



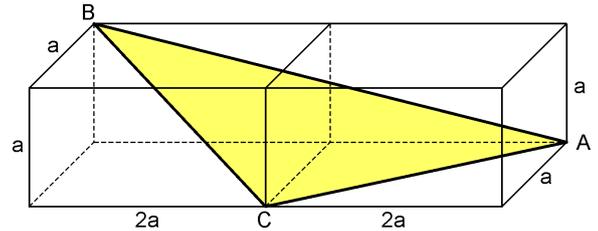
14. Bestimme aus den Kantenlängen des Quaders die Länge der Raumdiagonalen D.



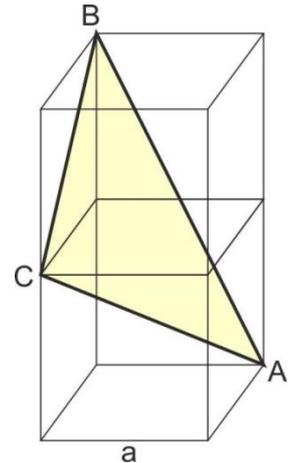
Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

Klasse 9

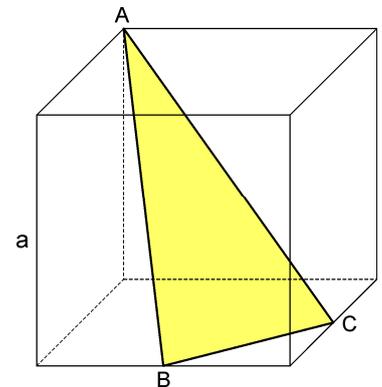
15. Zwei Quader sind nebeneinander angeordnet (siehe Zeichnung).
- Berechne die Seitenlängen des Dreiecks ABC.
 - Überprüfe rechnerisch, ob das Dreieck ABC rechtwinklig ist.



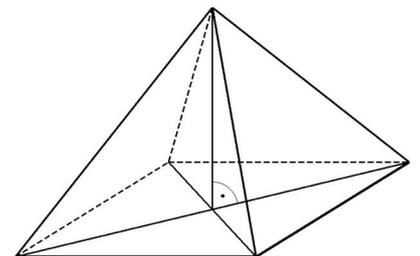
16. Zwei Würfel der Kantenlänge a übereinander gestellt bilden den Quader der Zeichnung. Berechne die Seitenlängen des Dreiecks ABC in Abhängigkeit von a und zeige durch Rechnung, dass es rechtwinklig ist.



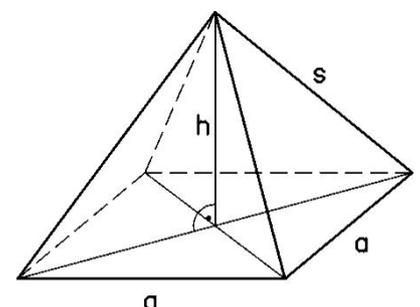
17. Im Würfel der Kantenlänge a halbieren die Punkte B und C jeweils die Kanten.
- Bestimme den Umfang des Dreiecks ABC in Abhängigkeit von a .
 - Berechne den Umfang des Dreiecks ABC auf Millimeter gerundet, wenn gilt: $a = 8,0 \text{ cm}$.



18. Die Cheopspyramide in Ägypten ist die älteste und größte der drei Pyramiden von Gizeh und wird deshalb auch als „Große Pyramide“ bezeichnet. Sie ist eine regelmäßige Pyramide mit quadratischer Grundfläche der Seitenlänge 230 m. Die Höhe betrug ursprünglich etwa 146 m. Wie lang war eine der Seitenkanten?



19. Die Cheopspyramide hat eine quadratische Grundfläche. Ihre Grundkante a betrug ursprünglich 230 m, ihre Seitenkante s 220 m. Berechne die Höhe h und die Oberfläche (ohne Grundfläche) der Pyramide.

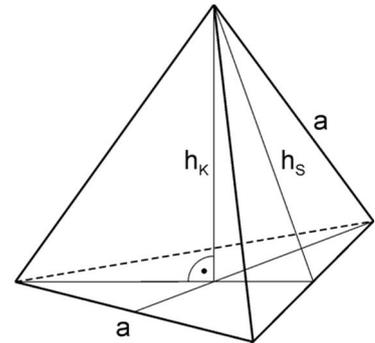


Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

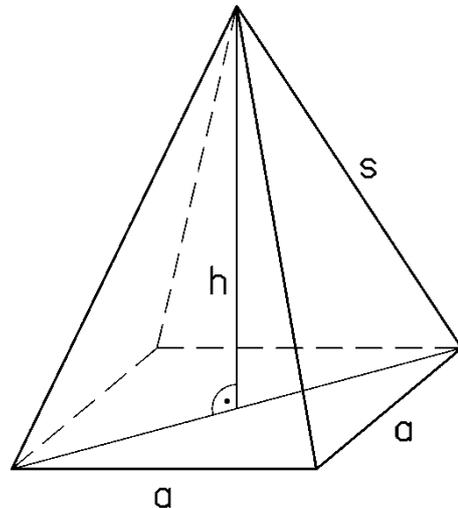
Klasse 9

20. Ein Tetraeder ist eine regelmäßige dreiseitige Pyramide. Ihre Kanten sind alle gleich lang, die Oberfläche besteht also aus vier gleichseitigen Dreiecken. Berechne für einen Tetraeder in Abhängigkeit der Kantenlänge a

- a) die Höhe h_s der Seitenflächen.
b) die Körperhöhe h_k des Tetraeders.



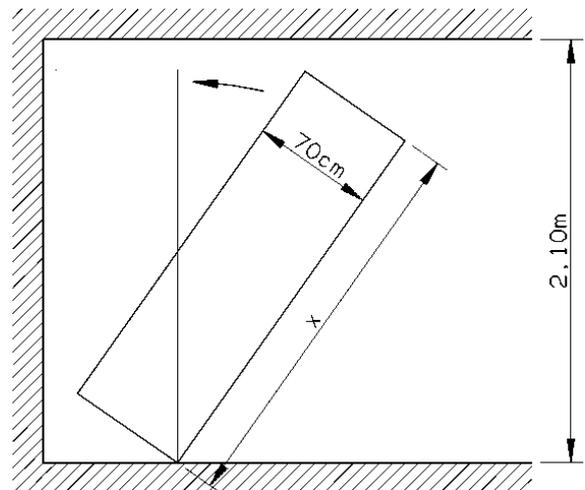
21. Von einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche ist die Kantenlänge a der Grundfläche und die Seitenkante s bekannt. Leite eine Formel für die Höhe h in Abhängigkeit von a und s her.



22. Wie hoch darf ein 70 cm breiter Schrank höchstens sein, damit man ihn in einem 2,10 m hohen Kellerraum durch Kippen aufstellen kann.

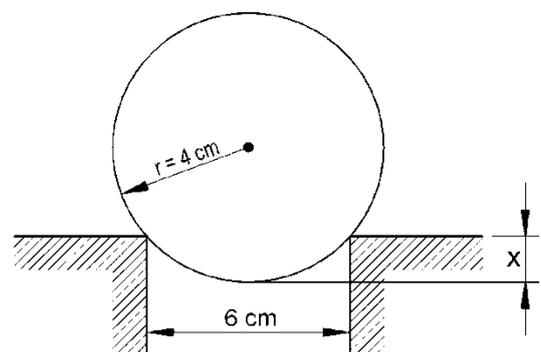
Die nebenstehende Skizze zeigt den Vorgang des Aufstellens.

(Ist der Schrank zu hoch, dann steht er an der Kellerdecke an)



23. Eine Kugel mit Radius $r = 4$ cm steckt in einem 6 cm breiten Spalt.

Wie tief sitzt die Kugel im Spalt? (Maß x)



Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

Klasse 9

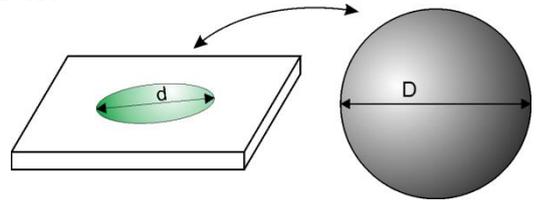
24. Bei der Härteprüfung nach Brinell (Johan August Brinell, geb. 1849, schwedischer Ingenieur) wird eine Kugel aus Hartmetall in ein Probestück, z.B. ein Aluminiumblech, gedrückt. Dabei wird eine kreisförmige Vertiefung (eine Kugelkalotte) im Blech hinterlassen.

Bei einer Härteprüfung ergaben sich folgende Werte:

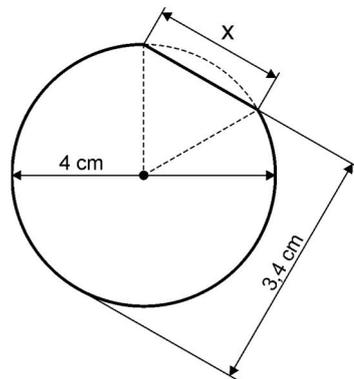
Durchmesser D der Kugel: 10 mm ,

Durchmesser d des Abdrucks: 3 mm .

Wie tief ist der Abdruck?

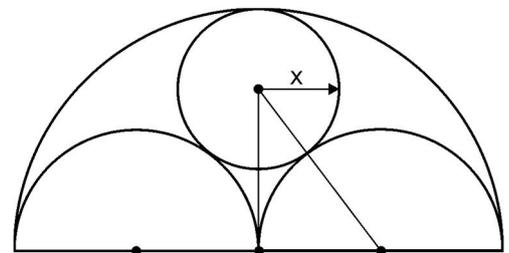


25. Eine Scheibe wird an einer Stelle abgefräst (Maße nach Zeichnung)
Berechne die Breite x der Abflachung.



26. Berechne den Radius x des kleinsten Kreises (siehe nebenstehende Skizze).

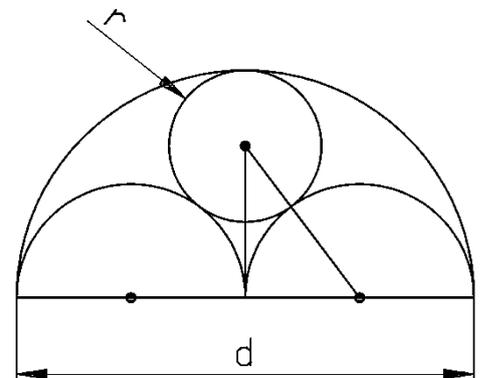
Der Durchmesser des größten Kreises beträgt 8 cm .



27. Der nebenstehende Rundbogen stellt ein romanisches Motiv dar.
Gib eine Gleichung an für den Radius r des kleinen Vollkreises in Abhängigkeit von der Breite d .

Tip:

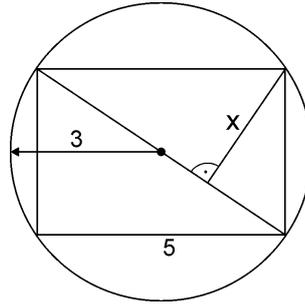
Benutze das eingezeichnete Hilfsdreieck zur Berechnung.



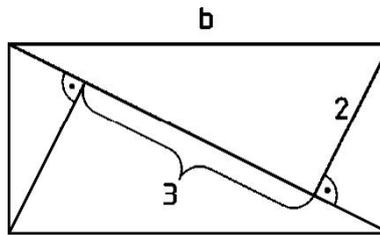
Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

Klasse 9

28. Berechne die Länge x in nebenstehender Figur.

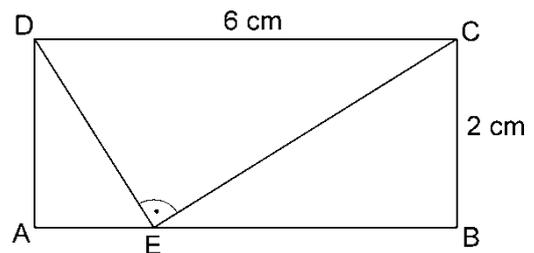


29. Berechne die Seitenlänge b des skizzierten Rechtecks.



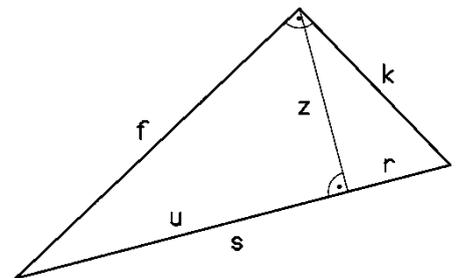
30. Berechne folgende Streckenlängen in nebenstehender Zeichnung.

- a) \overline{AE}
b) \overline{CE}



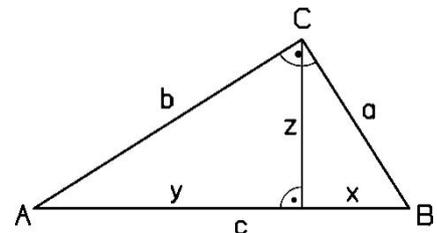
31. In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Länge des Hypotenusenabschnittes $r = 6$ cm und die Länge der Hypotenuse $s = 15$ cm gegeben.

Berechne die Längen k , z , f .



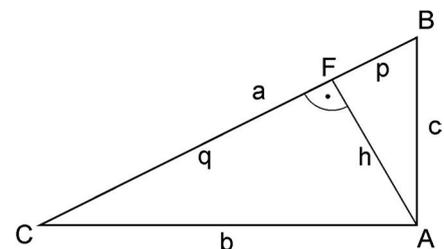
32. In dem rechtwinkligen Dreieck ABC sind die Seite $a = 4$ cm und der Hypotenusenabschnitt $x = 2$ cm gegeben.

Berechne die fehlenden Größen b , c , y und z .



33. Im rechtwinkligen Dreieck ABC sind gegeben: $h = 3,2$ cm, $q = 2,8$ cm (vgl. Skizze).

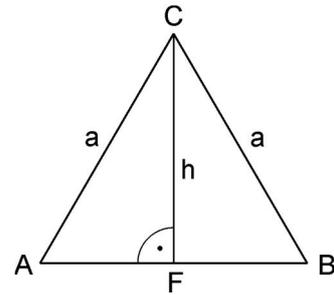
Berechne die Längen p und c .



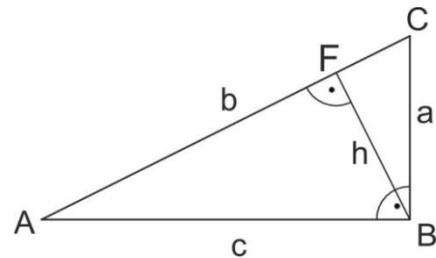
Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

Klasse 9

34. Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck ABC.
Leite eine Formel zur Berechnung der Höhe h her.
Berechne die Höhe h für $a = 6$ cm.



35. Das Dreieck ABC ist bei B rechtwinklig.
Die Höhe auf die Seite b werde mit h bezeichnet, ihr Höhenfußpunkt mit F.
Berechne alle Seitenlängen sowie den Flächeninhalt des Dreiecks, für $\overline{AF} = 10$ cm und $\overline{CF} = 4$ cm.



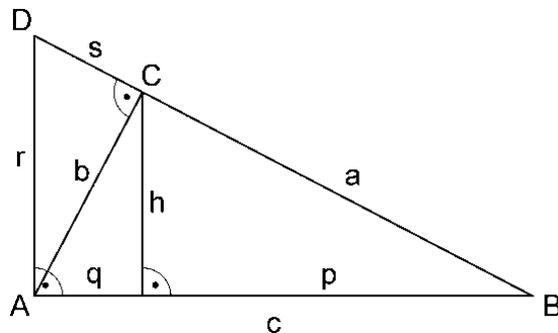
Achte dabei auf einen nachvollziehbaren Rechenweg und gib alle Ergebnisse mathematisch exakt an (nicht gerundet, aber so weit wie möglich radiziert).

36. In der nebenstehenden, nicht maßstabstreuen Figur sind bekannt:
 $h = 6,0$ cm und $p = 18,0$ cm

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}$$

$$h \perp c$$

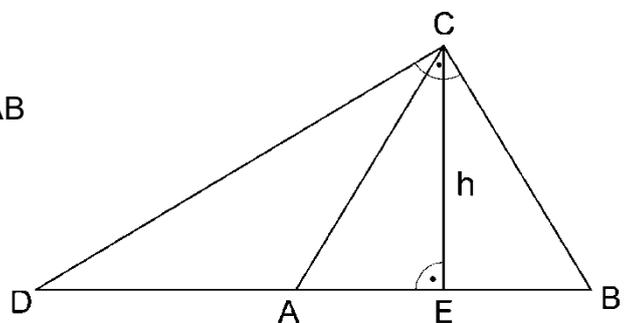
Berechne q, b, s und r.
Gib die Ergebnisse auf eine Dezimale genau an.



37. Ein gleichschenkliges Dreieck ABC hat die Seitenlängen $\overline{AC} = \overline{BC} = 7$ cm und die Höhe $\overline{EC} = 6$ cm. Das Lot auf BC in C schneidet AB im Punkt D (vgl. Skizze).

Berechne \overline{AB} und \overline{DE} .

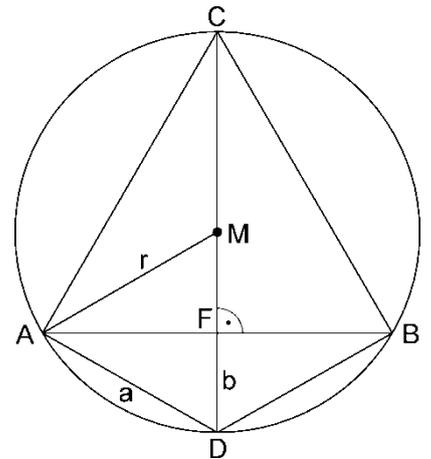
Nenne jeweils den von dir verwendeten geometrischen Satz und runde auf eine Stelle hinter dem Komma.



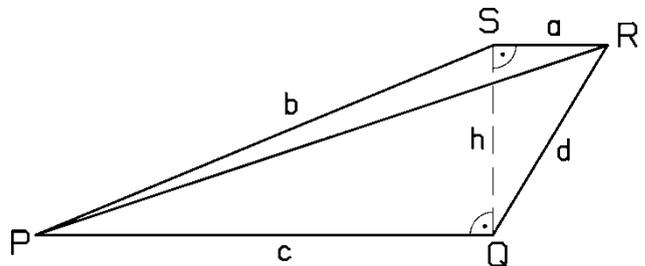
Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

Klasse 9

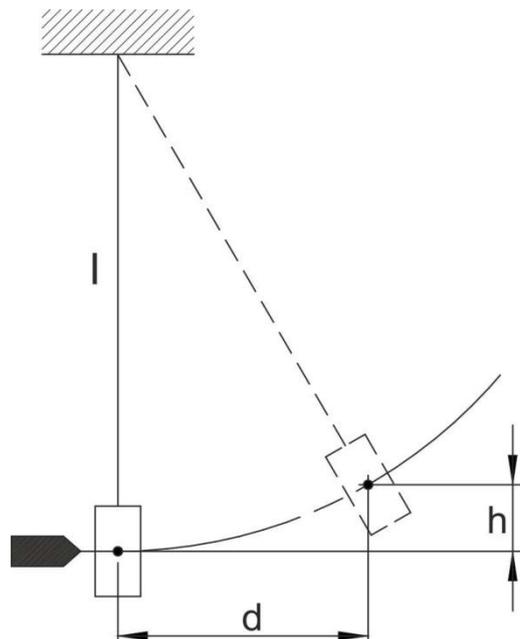
38. Das Bild zeigt einen Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r . Auf dem Durchmesser $[CD]$ steht die Sehne $[AB]$ senkrecht. Durchmesser und Sehne schneiden sich in F . Es gilt: $\overline{AD} = a = 4 \text{ cm}$ und $\overline{FD} = b = 1,5 \text{ cm}$. Berechne den Radius r und die Sehnenlänge \overline{AB} .



39. Gegeben: $a = 3 \text{ cm}$
 $b = 13 \text{ cm}$
 $c = 12 \text{ cm}$
- Berechne den Flächeninhalt und den Umfang des Dreiecks PQR.



40. Zur Messung von Geschossgeschwindigkeiten kann man ein so genanntes „Ballistisches Pendel“ verwenden.
- Ein Geschoss wird in einen Plastilklumpen gefeuert, der an einem Faden aufgehängt ist. Der senkrechte Abstand des Geschosses bis zum Aufhängepunkt des Fadens hat die Länge l . Aus dem Höhenzuwachs h , den der Klumpen erreicht, kann man die Geschossgeschwindigkeit berechnen. Leichter zu messen ist allerdings die maximale Auslenkung d . (vgl. Skizze)
- Leite deshalb einen Term $h(d)$ her, mit dem man die Höhe h aus der Auslenkung d berechnen kann.



Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

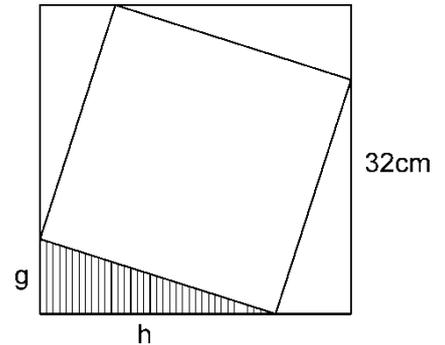
Klasse 9

41. Einem Quadrat mit der Seitenlänge 32 cm ist ein weiteres Quadrat einbeschrieben (siehe Zeichnung). Die Diagonale des einbeschriebenen Quadrates ist 36 cm lang.

Berechne die Seiten g und h des schraffierten Dreiecks.

Anmerkung:

Für diese Aufgabe sind Kenntnisse über das Lösen von quadratischen Gleichungen notwendig.



42. Konstruiere $\sqrt{12}$ mit Hilfe des Kathetensatzes.
43. Konstruiere mit Hilfe des Kathetensatzes ein Quadrat mit dem Flächeninhalt 16 cm^2 .
44. Ausgehend von einem Quadrat mit Seitenlänge $s = 4 \text{ cm}$ soll ein Quadrat mit Flächeninhalt 8 cm^2 konstruiert werden. Erläutere, inwieweit die Diagonalen des Ursprungs-Quadrates dabei hilfreich sein können.
45. Konstruiere sauber und nachvollziehbar ein Quadrat mit Flächeninhalt 30 cm^2 . Irrationale Streckenlängen sollen dabei mit Zirkel und Lineal konstruiert werden.
46. Konstruiere (nicht nur zeichnen!) ein Dreieck, von dem eine Seite die Länge $\sqrt{21}$ hat. Der Lösungsweg soll deutlich erkennbar sein.
47. Konstruiere zu dem vorgegebenen Rechteck mit Zirkel und Lineal und mit Hilfe des Kathetensatzes ein flächeninhaltsgleiches Quadrat.
Übertrage das Rechteck auf dein Blatt.
48. Konstruiere eine Strecke der Länge $\sqrt{10}$ mit Hilfe eines Satzes aus der Satzgruppe des Pythagoras. Kennzeichne die Länge $\sqrt{10}$ deutlich.
Wie heißt der von Dir gewählte Satz? (Längen und rechte Winkel darfst Du mit dem Geodreieck zeichnen, Kreise mit dem Zirkel)
49. Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen $a = 49 \text{ mm}$ und $b = 36 \text{ mm}$. Konstruiere mit Hilfe des Höhensatzes ein zu dem Rechteck flächengleiches Quadrat. Gib eine kurze Konstruktionsbeschreibung für dein Vorgehen.
50. Konstruiere unter Verwendung des Kathetensatzes, ein Rechteck mit dem Flächeninhalt 16 cm^2 , dessen eine Seite 7 cm misst.



Aufgaben zum Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz 2

Klasse 9

Aufgabe Nr.	Schulaufgabe Klasse 9 Gym. GM_A	Aufgabe Nr.	Schulaufgabe Klasse 9 Gym. GM_A
1	0108	26	0727
2	0047	27	0079
3	0706	28	0731
4	0710	29	0047
5	0711	30	0724
6	0728	31	0157
7	0729	32	0137
8	0732	33	0698
9	0324	34	0698
10	0723	35	0705
11	0324	36	0720
12	0079	37	0721
13	0160	38	0722
14	0731	39	0157
15	0732	40	0705
16	0757	41	0720
17	0696	42	0703
18	0731	43	0160
19	0157	44	0703
20	0729	45	0705
21	0160	46	0108
22	0702	47	0157
23	0723	48	0722
24	0796	49	0324
25	0732	50	0070