# 3. Mathematikstegreifaufgabe

Klasse 11

# - Lösungen -

Es soll folgende Funktion diskutiert werden:

$$f: x \mapsto f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + 2$$

Lösungen:

**a)** Die Funktion f ist eine ganzrationale Funktion, also ist $ID_f = \mathbb{R}$.

**b)** Eine Symmetrieeigenschaft von $G_f$ ist nicht vorhanden, da gerade und ungerade Exponenten auftreten.

**c)** $f(x) \to +\infty$ für $x \to \pm\infty$.

**d)** $f'(x) = x^3 - 4x^2 + 4x = x(x-2)^2$
$f'(x) = 0$ für $x = 0$ und $x = 2$

**e)** $f''(x) = 3x^2 - 8x + 4$

$f''(x) = 0$ für $x = \frac{2}{3}$ und $x = 2$

**f)** $f'(x) < 0$ für $x < 0$. Also fällt $G_f$ streng monoton in $]-\infty; 0]$.
$f'(x) > 0$ für $0 < x < 2$ und $2 < x < \infty$. Also steigt $G_f$ streng monoton in $[0; \infty[$.

Absolutes Minimum für x = 0, da $f'(0) = 0$ und $G_f$ links von 0 streng monoton fallend, rechts streng monoton steigend (oder: $f''(0) = +4 > 0$).

Kein Extremwert für x = 2, da $G_f$ links und rechts von 2 streng monoton steigt.
($|f'(x)| \to \infty$ für $x \to \pm\infty$: $G_f$ wird nach beiden Seiten für große $|x|$ immer steiler.)

**g)** $f''(x) > 0$ für $x < \frac{2}{3}$; Linkskrümmung in $\left]-\infty; \frac{2}{3}\right]$

$f''(x) < 0$ für $\frac{2}{3} < x < 2$; Rechtskrümmung in $\left[\frac{2}{3}; 2\right]$

$f''(x) > 0$ für $x > 2$; Linkskrümmung in $[2; \infty[$

Wendepunkt für $x = \frac{2}{3}$, da $f''\left(\frac{2}{3}\right) = 0$ und Wechsel des Krümmungsverhaltens.

Wendepunkt für x = 2, da $f''(2) = 0$ und Wechsel des Krümmungsverhaltens.

 

# - Lösungen -

**h)**