Vorbereitung zur 1. Mathematikschulaufgabe

1. Semester

K) Quadratische Gleichungen

Jede quadratische Gleichung kann auf folgende Form gebracht werden:

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad \text{mit } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ und } a \neq 0$$

Dazu die Lösungsformel:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Der Term $b^2 - 4ac$ unter der Wurzel heißt Diskriminante D und es gilt:

$D > 0 \quad \Rightarrow \quad$ 2 verschiedene reelle Lösungen x_1 und x_2

$D = 0 \quad \Rightarrow \quad$ 1 reelle (zweifache) Lösung $x_1 = x_2 = x$

$D < 0 \quad \Rightarrow \quad$ keine reellen Lösungen

Die Lösung(en) einer quadratischen Gleichung kann (können) auch noch ermittelt werden mit Hilfe der Faktorisierung oder der quadratischen Ergänzung.

1. Ermittle die Lösungsmenge durch Faktorisieren:
Für alle Aufgaben gilt: $G = \mathbb{R}$

a) $x^2 - 3x = 0$

b) $9x^2 - 18x = 0$

c) $(3x + 5)(2 - 4x) = 0$

d) $-x^2 + \sqrt{3}\,x = 0$

e) $12x^2 = -6\sqrt{17}\,x$

f) $2\sqrt{2}\,x^2 = \sqrt{3}\,x$

g) $x^2 + 6x + 5 = 0$

h) $x^2 - 7x - 8 = 0$

Vorbereitung zur 1. Mathematikschulaufgabe

1. Semester

2. Ermittle die Lösungsmenge mit der Lösungsformel:
Für alle Aufgaben gilt: $G = \mathbb{R}$

a) $x^2 + 12x = -11$

b) $-x^2 - 18x - 77 = 0$

c) $12x^2 + \frac{2}{3} = 18x$

d) $3x^2 + 2\frac{1}{3}x + 6\frac{7}{9} = 0$

e) $0,25x^2 - 0,75x = 2\sqrt{2}$

f) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$

g) $2x^2\left(x^2 - 12\right) + 8 = 0$

h) $-2\sqrt{6}\,x + 2 = -3x^2$

i) $\left(5x - 3\right)^2 + \left(x - 1\right)^2 = -1$

k) $x^2 - 5x + \left(1 + \sqrt{5}\right) = 0$

3. Ermittle die Lösungsmenge mit Hilfe der quadratischen Ergänzung:
Für alle Aufgaben gilt: $G = \mathbb{R}$

a) $x^2 + 6x + 2 = 0$

b) $x^2 - 7x = 30$

c) $1,25x^2 - 14x + 41 = 0$

d) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{12}x - \frac{1}{8} = 0$

e) $6x^2 - x - 2 = 0$

Vorbereitung zur 1. Mathematikschulaufgabe

1. Semester

4. Ermittle nach Umformung die Lösungsmenge mit der Lösungsformel:
Für alle Aufgaben gilt: $G = \mathbb{R}$

a) $(x+3)(3x+2)+2x^2 = (2x+5)^2 - 39$

b) $\left(5+\frac{12}{18}x\right)^2 - \left(\frac{25}{30}x+2\right)^2 = \left(\frac{12}{16}x-4\right)^2$

c) $\frac{7x+6}{4x-3} = \frac{3(4x+3)}{7x-6}$

d) $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$

e) $(2x-3a)^2 + 4x^2 = 9a^2$

f) $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x+5} = \frac{3+7x}{x^2+2x-15}$

g) $\frac{12}{x} + \frac{x}{12} = 2\frac{49}{60}$

5. Bestimme die Nullstellen folgender Funktionen:

a) $f(x) = 2x^2 + 3x$
b) $f(x) = x^2 - 2x - 3$
c) $f(x) = -6x^2 + 24x + 126$

6. Bestimme die Lösungsmenge der Wurzelgleichung $\sqrt{4x-6+2x^2} - x - 3 = 0$.

7. Für welche Werte $a \in \mathbb{R}$ besitzt die Gleichung $x^2 + 4x - 2a = 0$
2 Lösungen, genau 1 Lösung oder keine Lösung ? $G = \mathbb{R}$

8. Bestimme $b \in \mathbb{R}$ in der Gleichung $x^2 + bx + 9 = 0$ so, dass die Lösung L
zwei, ein oder kein Element enthält. $G = \mathbb{R}$
Wie ist der Wert für b, damit $2 \in L$ entsteht ?

9. Für welche Werte $k \in \mathbb{R}$ besitzt die Gleichung $(kx)^2 - 4x + 2 = 0$
2 Lösungen ? $G = \mathbb{R}$

10. Untersuche, für welche Werte des Parameters $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ die Gleichung
$cx^2 + 8x + c = 0$

a) genau eine b) zwei c) keine Lösung besitzt ! $G = \mathbb{R}$

11. Für welche $a \in \mathbb{R}$ hat die Gleichung $4x^2 + ax + 16x + a + 48 = 0$ genau eine Lösung ?
Bestimme jeweils die Lösung.